Minicurso De Gráfico Em Papel Milimetrado

1. Introdução

Atualmente, é quase impossível imaginar alguma área da ciência ou tecnologia em que a construção de gráficos não seja necessário.

Na disciplina de Física Experimental é **indispensável** o conhecimento e o domínio do conteúdo deste assunto.

Entre os diversos recursos à disposição dos pesquisadores para o desenvolvimento da ciência, sem dúvida alguma, os gráficos ocupam uma posição de destaque. Em vez de olhar para uma tabela com um conjunto de medidas realizadas, o cientista olha para o gráfico traçado a partir dessas medidas e percebe o comportamento geral das grandezas físicas envolvidas naquela particular medição.

Um gráfico serve, entre outras coisas, para mostrar a conexão entre duas ou mais grandezas físicas, sendo uma representação visual do modo como umas variam em relação às outras. Exemplos de usos: Em seu computador pessoal você poderá verificar a ocupação do disco rígido através de um gráfico do tipo “pizza”; Se você fizer um exame do seu coração, verificará que o resultado é um gráfico chamado de “eletrocardiograma”, cuja analise permite ao medico ter informações sobre o funcionamento deste órgão.

Existem inúmeros tipos de gráficos, neste minicurso iremos trabalhar apenas com gráficos que podem ser traçados em papel milimetrado e que envolvam duas variáveis, ou seja, **duas grandezas físicas**, sendo uma **independente** e a outra **dependente** desta. Por exemplo, a grandeza física *velocidade* é dependente da grandeza física *tempo*, que é independente. Logo, o tempo flui independentemente de como a velocidade varia, porém, a velocidade varia em função de como o tempo flui.

2. Construção de Gráficos em Papel Milimetrado

A observação de um fenômeno físico qualquer é feita, geralmente, através do tabelamento de valores medidos. Através do exemplo abaixo, vejamos como se constrói o gráfico a partir deste tabelamento, usando o papel milimetrado.

Exemplo: Em um experimento de dilatação volumétrica mediu-se o volume (V) de uma esfera para várias temperaturas (T), obtendo-se uma tabela de valores de V e de T, cujos dados foram anotados na tabela abaixo.

V (10^{-9} m³)	64,1	80,7	97,8	114,9	138,0	162,5	195,0	223,3	260,0
T (ºC)	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0	95,0	100,0
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cada par de valores (Ti ; Vi), onde i é o índice que indica a ordem da medida (i = 1,2,3,..., 9), deve ser representado por um ponto em um gráfico cartesiano do tipo y versus x, ou V versus T, pois o volume da esfera é dependente da temperatura. Nota-se na própria tabela, que à medida que a temperatura aumenta, o volume da esfera dilata-se, como consequência. Para construir o gráfico, a partir da tabela acima, devemos obedecer às instruções a seguir.

1. **Seleção do papel** (no caso, o papel milimetrado)

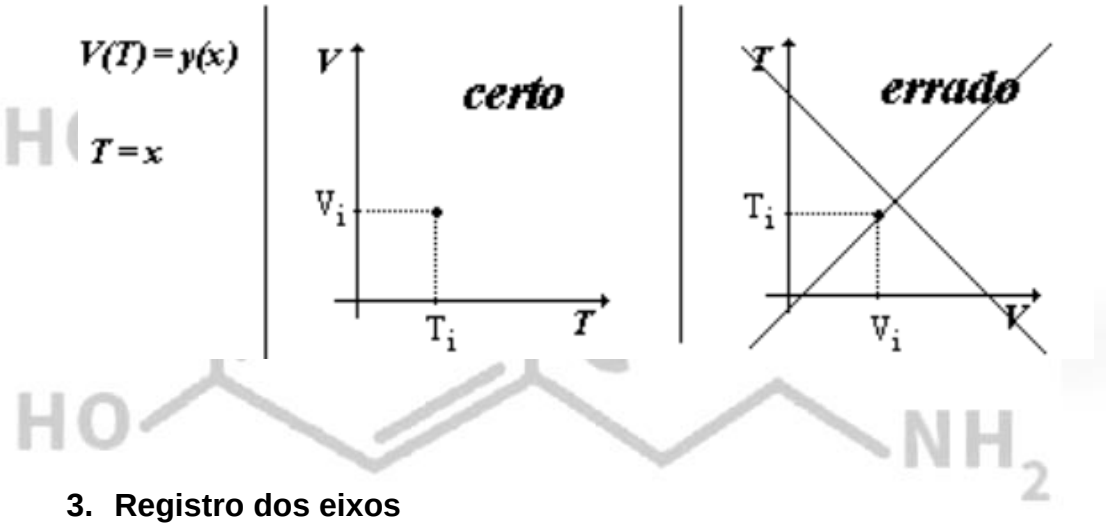
Em princípio, qualquer função de uma variável pode ser traçada graficamente neste papel. Não há restrições.

2. Definição do eixos

No eixo das abscissas (eixo horizontal) deve ser registrada a variável independente (eixo x) associada à grandeza física, que ao variar, assume valores que não dependem dos valores da outra grandeza física.

No eixo das ordenadas (eixo vertical) deve ser registrada a variável dependente (eixo y) associada à grandeza física que, para variar, depende de como varia a outra grandeza física.

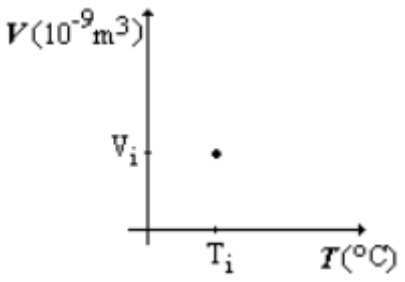
Para o caso que estamos considerando (exemplo), o gráfico cartesiano do tipo y versus x deve ser, então, V versus T, pois o volume da esfera é dependente da temperatura.



3. Registro dos eixos

Na parte inferior dos eixos das abscissas, à direita, e preferencialmente fora da região quadriculada do papel milimetrado, deve ser registrada a variável independente, com sua unidade entre parênteses.

Na parte superior do eixo das ordenadas, à esquerda, e preferencialmente fora da região quadriculada do papel, deve ser registrada a variável dependente, com sua unidade entre parênteses.



4. Determinação das escalas e da posição do papel

Geralmente, uma folha de papel milimetrado tem 280mm no eixo vertical, e 180mm no eixo horizontal, então, podemos usá-la nesta posição (retrato) ou em outra posição, invertendo os eixos (paisagem). Deve ser escolhida uma destas duas possibilidades, sendo a que ocupar o melhor espaço possível da folha. Entretanto, isso não significa que se deve utilizar a escala que ocupe todo o papel, mas sim, escolher uma escala bem visível, organizada e que facilite a leitura dos pontos experimentais posteriormente.

Vamos estimar, a seguir, as várias possibilidades de escala para representar as variáveis V e T, e adotar aquelas que melhor ocupam o papel em uma das duas posições possíveis.

Variável Dependente: volume (V)

A grandeza física varia entre os valores 64,1 e 260,0x10^{-9} m³. Momentaneamente ignoremos a unidade (inclusive a potência) para facilitar.

1º possibilidade: considerando o papel na posição “retrato” - Eixo Vertical (280 mm)

a) Começando do zero: Se começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para o volume é de (260,0 – 0,0) = 260,0 unidades de volume. A escala direta é 1,0 unidade de volume: 1 mm do papel , e a maior medida do volume (260,0) corresponde a 260 mm do papel. (cabe bem no papel!). Note que, se usarmos qualquer escala diferente desta, ou o gráfico não caberá no papel, ou não o ocupará bem.

b) Não começando do zero: Se não começarmos o gráfico a partir do valor zero, o intervalo de variação para o volume é de (260,0 – 64,1) = 195,9 unidades de volume. Iniciamos a partir do valor 60,0 (por exemplo), e fazemos o seguinte cálculo: (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume

280 mm corresponde a 200,0 unidades de volume

1 mm corresponde a 200,0 unidades de volume / 280 mm

200,0 unidades de volume / 280 mm = 0,714 unid. / mm

Para facilitar, tanto para quem faz o gráfico, quanto para quem vai lê-lo, adota-se a escala mais próxima desta que seja bem clara para todo mundo. Mesmo que isso signifique não ocupar todo o papel milimetrado. Deve-se adotar uma "escala limpa e fácil de ser lida" de modo a que não seja necessário fazer cálculos para achar a localização dos pontos no gráfico. Aliás, se você precisar fazer muitos cálculos, algo está inadequado. Adotando o primeiro valor igual a 60,0 unidades de volume, por tentativa e erro, achamos a escala:

1º tentativa: 1,0 unidade de volume / 1 mm – o maior valor (260,0) é considerado (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume, o que corresponde a 200 mm no papel (sobra bastante papel!).

2º tentativa: 1,0 unidade de volume / 2 mm – o maior valor (260,0) é considerado (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume, o que corresponde a 400 mm no papel (não cabe no papel!). Conclusão, considerando o papel na posição "retrato", o melhor é começar do zero, e adotar no eixo vertical a escala 1,0 unidade de volume: 1 mm do papel.

2º possibilidade: considerando o papel na posição "paisagem" - Eixo Vertical (180 mm)

a) Começando do zero: Se começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para o volume é de (260,0 – 0,0) = 260,0 unidades de volume. A escala direta é 1,0 unidade de volume: 1 mm

do papel, e a maior medida do volume (260,0) corresponde a 260 mm do papel. (fora do papel!) Então, calcula-se

180 mm corresponde a 260,0 unidades de volume
1 mm corresponde a 260,0 unidades de volume / 180 mm
260,0 unidades de volume / 180 mm = 1,4444 unidades de volume / mm

A escala mais próxima seria 1,5 unidades de volume / mm. Mas, esta escala é submúltiplo de 3,e como todo submúltiplo ou múltiplo de 3, leva sempre a uma dízima periódica. Portanto, fuja de escalas do tipo: 0,375 ; 0,75 ; 1,5 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; etc. A escala mais fácil e mais próxima é 2,0 unidades de volume / mm. Note que a maior medida do volume (260,0) estará representada em 130 mm (sobra bastante papel!). Qualquer escala acima dessa faz com que os pontos saiam do papel!

b) Não começando do zero: Se não começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para o volume é de (260,0 – 64,1) = 195,9 unidades de volume. Iniciamos a partir do valor 60,0 (por exemplo), e fazemos o seguinte cálculo: (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume

180 mm corresponde a 200,0 unidades de volume
1 mm corresponde a 200,0 unidades de volume / 180 mm
200,0 unidades de volume / 180 mm = 1,11 unid. / mm

Note que para cada unidade de volume teremos 0,901 (1/1,11) mm. Complicado! Para facilitar, tanto para quem faz o gráfico, quanto para quem vai lê-lo, adota-se a escala mais próxima desta que seja bem clara para todo mundo. Adotando o primeiro valor igual a 60,0 unidades de volume, por tentativa e erro, achamos a escala:

1º tentativa:1,0 unidade de volume / 1 mm – o maior valor (260,0) é considerado (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume, o que corresponde a 200 mm no papel (não cabe no papel!).

2º tentativa:2,0 unidade de volumes / 1 mm – o maior valor (260,0) é considerado (260,0 – 60,0) = 200,0 unidades de volume, o que corresponde a 100 mm no papel (sobra bastante papel!).

Conclusão, considerando o papel na posição “paisagem” pode-se começar do zero, adotando-se a escala 2,0 unidade de volumes : 1 mm do papel, ou não começar do zero (sendo o primeiro valor: 60,0 unidades de volume) adotando-se a escala 2,0 unidades de volume : 1 mm do papel,. Em ambas as escolhas sobra bastante papel.

Agora, vamos estimar a escala para representar a outra grandeza física, sabendo que a escala usada em um eixo é totalmente independente da escala usada no outro. Isto significa que, para representar graficamente as medidas de temperatura, podemos adotar uma escala diferente daquela que determinamos para apresentar as medidas do volume no gráfico.

Variável Dependente: temperatura (T)

A grandeza física varia entre os valores 60,0 e 100,0 ºC. Momentaneamente ignoremos a unidade, para facilitar.

1º possibilidade: considerando o papel na posição “paisagem” - Eixo Horizontal (280 mm)

a) Começando do zero: Se começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para a temperatura é de (100,00 – 0,00) = 100,00 unidades de temperatura. A escala direta é1,00 unidade de temperatura; 1 mm do papel , e a maior medida da temperatura (100,00) corresponde a 100 mm no papel (sobra muito papel).A escala mais próxima, a seguir, é 1,00 unidade de temperatura / 2 mm. A maior medida da temperatura estará representada em 200 mm (sobra bastante papel!). Qualquer escala diferente dessas faz com que os pontos, ou saiam do papel, ou não o ocupem bem.
b) Não começando do zero: Se não começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para a temperatura é de (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura. Iniciamos a partir do valor 60,0 (por exemplo), e fazemos o seguinte cálculo

280 mm corresponde a 40,00 unidades de temperatura

1 mm corresponde a 40,00 unidades de temperatura / 280 mm

40,00 unidades de temperatura / 280 mm = 0,143 unid. / mm

Note que para cada unidade de temperatura teremos 6,99 (1/0,143) mm. Complicado! Para facilitar, tanto para quem faz o gráfico, quanto para quem vai lê-lo, adota-se a escala mais próxima desta que seja bem clara para todo mundo. Adotando o primeiro valor igual a 60,00 unidades de temperatura, por tentativa e erro, achamos a escala:

1º tentativa:1,00 unidade de temperatura / 1 mm – o maior valor (100,00) é considerado (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura, o que corresponde a 40 mm no papel (sobra muito papel!).

2ºtentativa:1 unidade de temperatura / 2 mm – o maior valor (100,00) é considerado (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura, o que corresponde a 80 mm no papel (sobra muito papel!).

3º tentativa:1 unidade de temperatura / 5 mm – o maior valor (100,00) é considerado (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura, o que corresponde a 200 mm no papel (sobra muito papel!).

Conclusão, considerando o papel na posição “paisagem” pode-se começar do zero, adotando-se a escala 1,00 unidade de temperatura : 2 mm do papel ou não começar do zero (sendo o primeiro valor: 60,00 unidades de temperatura) adotando-se a escala 1,00 unidade de temperatura: 5 mm do papel. Em ambas as escolhas irá sobrar bastante papel.

2º possibilidade: considerando o papel na posição “retrato” - Eixo Horizontal (180 mm)

a) Começando do zero: Se começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para a temperatura é de (100,00 – 0,00) = 100,00 unidades de temperatura.

A escala direta é 1,00 unidade de temperatura : 1 mm do papel, e a maior medida da temperatura (100,0) corresponde a 100 mm do papel. (sobra muito papel!)

A próxima tentativa é 1,0 unidade de temperatura : 2 mm do papel, e a maior medida da temperatura (100,0) corresponde a 200 mm do papel. (fora do papel!)

b) Não começando do zero: Se não começarmos o gráfico a partir do zero, o intervalo de variação para a temperatura é de (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura. Iniciamos a partir do valor 60,0 (por exemplo), e fazemos o seguinte cálculo

180 mm corresponde a 40,00 unidades de temperatura
1 mm corresponde a 40,00 unidades de temperatura / 180 mm
40,00 unidades de temperatura / 180 mm = 0,222 unid. / mm

Note que para cada unidade de temperatura teremos 4,50 (1/0,222) mm. Complicado! Para facilitar, tanto para quem faz o gráfico, quanto para quem vai lê-lo, adota-se a escala mais próxima desta que seja bem clara para todo mundo. Mesmo que isso signifique não usar todo o papel milimetrado. Adotando o primeiro valor igual a 60,0 unidades de temperatura, por tentativa e erro, achamos a escala:

1º tentativa:1,00 unidade de temperatura / 1 mm – o maior valor (100,00) é considerado (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura, o que corresponde a 40 mm no papel (sobra muito papel!).

2º tentativa:1,00 unidade de temperatura / 4 mm – o maior valor (100,00) é considerado (100,00 – 60,00) = 40,00 unidades de temperatura, o que corresponde a 160 mm no papel (ocupa bem o papel!).

Conclusão, considerando o papel na posição “retrato”, pode-se começar do zero, adotando-se a escala 1,00 unidade de temperatura: 1 mm do papel ou não começar do zero (sendo o primeiro valor: 60,00 unidades de temperatura) adotando-se a escala 1,00 unidade de temperatura: 4 mm do papel. A última escolha ocupa melhor o papel e, portanto, é a melhor.

Conclusão das conclusões: Da análise acima verificamos que a melhor maneira de ocupar o papel milimetrado, adotando escalas limpas e claras para representar as medidas no gráfico, é a seguinte:

Posição do papel: "RETRATO"

Eixo vertical – volume V – escala 1,0 unidade de volume : 1 mm do papel, começando do zero, isto é, 0 unidades de volume.

Eixo horizontal – temperatura T – escala 1,0 unidade de temperatura : 4 mm do papel, sendo o primeiro valor: 60,00 unidades de temperatura.

-Indicação de valores nos eixos.

Tanto no eixo da vertical, quanto no eixo da horizontal, devem ser indicados valores referenciais adequados à escala. Esses valores devem ser, preferencialmente, múltiplos de 2, 5, 10, 20, 50, 100, etc. Nunca use múltiplos ou submúltiplos de números primos ou fracionários, como: 3, 7, 9, 11, 13, 15, 17 ou 2,5; 3,3; 7,5; etc.

Jamais indique nos eixos os valores dos pontos experimentais.

Os valores indicados nos eixos devem ter a mesma quantidade de algarismos significativos de medidas.

-Traçado de curva.

O traçado de curva deve ser suave e contínuo, ajustando-se o melhor possível aos pontos experimentais.

Nunca uma os pontos experimentais por linhas retas, pois isto significa que a relação entre as grandezas físicas é descontinua, o que dificilmente será verdadeiro.

Construção de gráfico linear em papel milimetrado.

Com este exemplo, iremos observar como obter informações a partir de um gráfico em papel milimetrado, quando a curva for uma reta.

- **Exemplo: Observou-se o movimento de um bloco que desce deslizando em um plano inclinado. Com isso, foram obtidos um conjunto de medidas de velocidade e tempo, conforme a tabela abaixo:**

v(10^{-3}m/s)	105,0	150,0	240,0	290,0	340,0	430,0	500,0
t(10^{-2}s)	1,00	2,50	6,00	8,00	10,00	13,50	16,00

Cada par de valores (t_i ; v_i) deve ser representado por um ponto em um gráfico cartesiano do tipo y *vs* x, ou, no exemplo v *vs* t, pois a velocidade do bloco é uma função do tempo.

Seguindo as instruções dadas, você deverá traçar um gráfico como o que esta representado na imagem III.6, na próxima página. Note que a curva traçada é uma reta.

A equação desta reta, na sua forma reduzida é dada por: y(x)=**a**x + **b**, onde **a** é o coeficiente angular e **b** é coeficiente linear da reta.

A partir do gráfico, podemos determinar os valores desse coeficientes e associá-los com grandezas físicas que não estão evidentes. Em outras palavras, podemos extrair algumas informações do gráfico.

-Cálculo do coeficiente angular:

Pode-se mostrar que o coeficiente angular é dado pelo quociente:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Onde (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são dois pontos quaisquer, pertencentes à reta.

Observando a reta do gráfico, encontramos dois pontos não experimentais:

P_2=(x_2, y_2)=(t_2, v_2)=(14,50 x 10^{-2}s; 460,0 x 10^{-3} m/s)

P_1=(x_1, y_1)=(t_1, v_1)=(5,00 x 10^{-2} s; 210,0 x 10^{-3} m/s)

Os quais são indicados na reta com uma notação diferente daquela usada para indicar os pontos experimentais. Isto porque para o cálculo dos coeficientes não podem ser usados pontos experimentais!

Então,

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(v_2 - v_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{(460{,}0 - 210{,}0)x10^{-3}\ m/s}{(14{,}50 - 5{,}00)x10^{-2}\ s} = 2{,}6315789\,m/s^2 = 2{,}63\,m/s^2$$

Concluímos que o coeficiente angular da reta é igual a 2,63m/s^2, e correspondente à grandeza física conhecida como aceleração.

PET Química

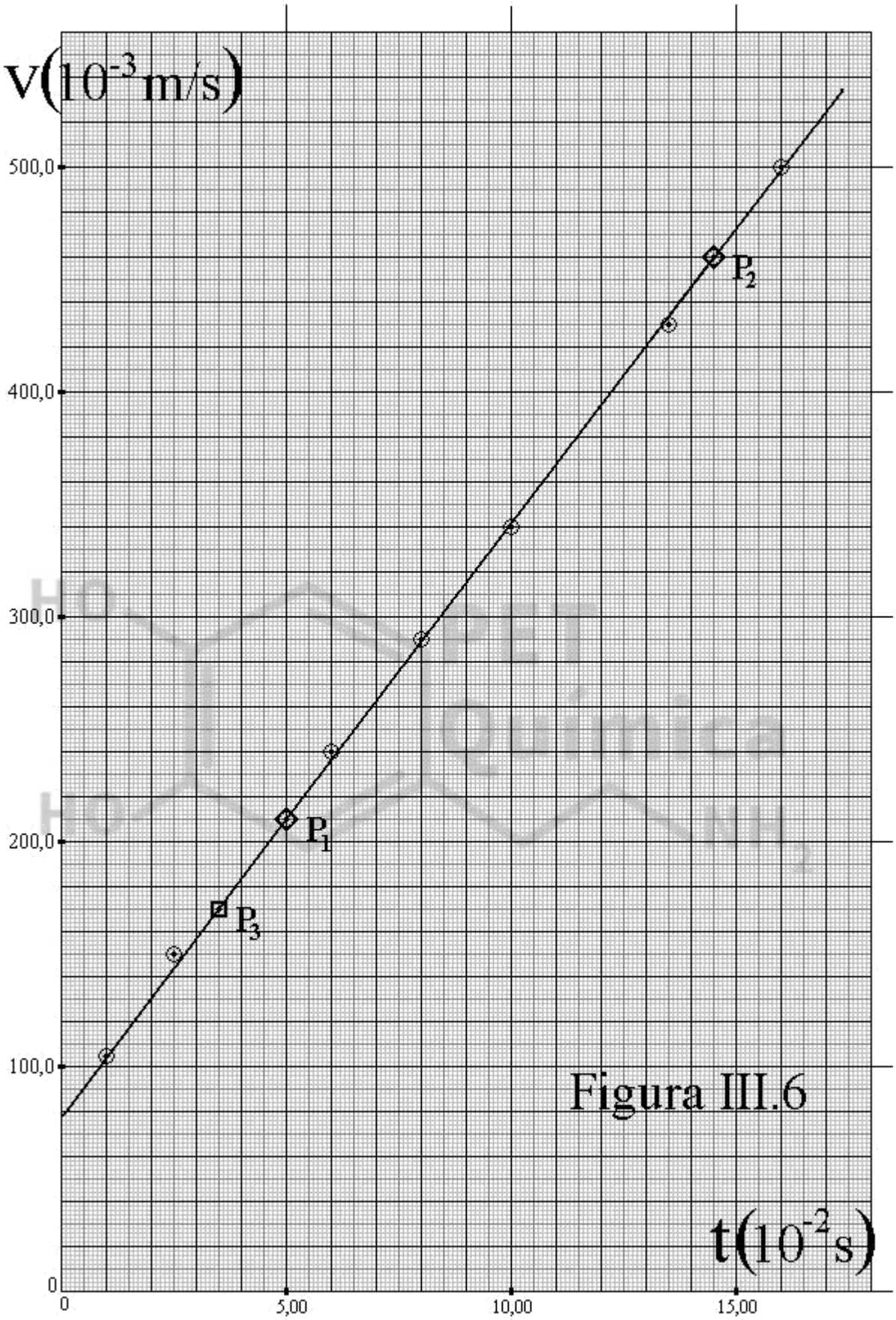

v(10-3m/s)
500,0
400,0
300,0
200,0
100,0
0
0
5,00
10,00
15,00
t(10-2s)
P1
P2
P3

Figura III.6

-Cálculo do coeficiente linear.

Há duas maneiras de fazer esse cálculo:

1ª - Se escolhe um ponto não experimental qualquer da reta:

$P_3 = (x_3 , y_3) = (t_3 , v_3)$, o qual é indicado na reta com uma notação diferente daquela usada para indicar os pontos experimentais. Isto porque para o cálculo dos coeficientes não podem ser usados pontos experimentais! Substituindo o valor desse ponto na equação reduzida na reta, pois o coeficiente angular já é conhecido.

Observando novamente a reta traçada no gráfico, encontramos um terceiro ponto não experimental:

$$P_3 = (x_3 , y_3) = (t_3 , v_3) = (3{,}50 \times 10^{-2}\ s;\ 170{,}0 \times 10^{-3}\ m/s)$$

Então, $y(x) = ax+b$, ou $b = y(x) - ax$, ou $b = y_3 - ax_3 = v_3 - at_3$:

$b = (170{,}0 \times 10^{-3}\ m/s) - (2{,}63\ m/s^2).(3{,}50 \times 10^{-2}\ s) = 0{,}07795\ m/s = 78{,}0 \times 10^{-3}\ m/s$.

2ª – Quando for possível prolongar a reta (extrapolação) até cortar o eixo dos y (em x = 0), basta ler o valor da reta em y(x = 0), pois este é o coeficiente linear.

$$y(x) = ax + b,\ \text{ou}\ y(x = 0) = a.0 + b\ \text{ou}\ y(x = 0) = b$$

Observando a reta traçada, encontramos o ponto em que corta o eixo dos y (em x = 0), ou o eixo dos v (em t = 0), isto é, $b = v\ (t = 0) = 79{,}0 \times 10^{-3}\ m/s$.

Finalmente, obtivemos o coeficiente linear de duas maneiras:

$79{,}0 \times 10^{-3}\ m/s$ (lido) e $78{,}0 \times 10^{-3}\ m/s$ (calculado)

Observe que há uma pequena diferença entre os valores. Isto ocorre como resultado do arredondamento que é feito nos cálculos. Mas, não se preocupe, ambos os resultados obtidos são aceitos, porque estão dentro de uma margem de erro muito pequena.

Concluímos que o coeficiente linear da reta pode ter qualquer um dos dois valores acima, e corresponde à grandeza física conhecida como velocidade inicial, isto é, $v(t = 0) = v_o$.

Em resumo, em um gráfico linear de v versus t, o coeficiente angular corresponde à aceleração, e o coeficiente linear corresponde à velocidade inicial.

Para o caso exemplificado,

$$y(x) = ax + b = v(t) = \alpha t + v_o$$

onde

$a = \alpha = 2{,}63\ m/s^2$ $b = vo = 79{,}0 \times 10^{-3}\ m/s$.

ou, finalmente, $v(t) = (2{,}63\ m/s^2).t + (79{,}0 \times 10^{-3}\ m/s)$ sendo t em s.

3. Referências

1. **Construção de Gráficos e Linearização.** Física Experimental. Departamento de Física Centro de Ciências Tecnológicas/UDESC.

Minicurso organizado por:

Ministrado por:

Brunna Karoline Santana

Diene de Barros

Isabel dos Santos

Rafaella Ribeiro dos Santos

Apostila transcrita por:

Brunna Karoline Santana

Diene de Barros

Isabel dos Santos

Rafaella Ribeiro dos Santos